**\subsection{Anpassung und Reflexionen}**

Die Anpassung ist nicht nur in Hochfrequenztechnik HF ein viel diskutiertes Thema, auch in der Gleichstromtechnik wird von Anpassung gesprochen. Es gibt verschiedene Formen der Anpassung. Zum Beispiel wird von Leistungsanpassung gesprochen, wenn möglichst viel Leitung einer Quelle einem Lastwiderstand zugeführt werden soll. Um das zu erreichen muss der Innenwiederstand $R\_i$ einer Quelle dem Lastwiderstand $R\_L$ entsprechen. Ein ganz anderes Ziel verfolgt die Wellenanpassung. Sie kommt immer dann zum Zuge, wenn auf einem Signalpfad die Signalreflexionen an den Übergängen des Mediums verhindert werden.

Man vergleicht immer die Eingangsimpedanz mit der Ausgangsimpedanz. Es ist von $Z\_{ein}$ und $Z\_{aus}$ die Rede.

In diesem Kapitel werden zwei Arten der Anpassung genauer betrachtet. Es sind dies die:

\begin{itemize}

\item Leistungsanpassung

\item Wellenanpassung

\end{itemize}

Die Leistungsanpassung wird angewendet, wenn die maximale Leistungsübertragung gefordert ist. Die maximale Leistung in der Last wird erreicht, wenn der Lastwiderstand dem Quellenwiderstand entspricht. Bei rein ohmischen Quellen und Lastwiderstand bedeutet das:\\

\[R\_{Quelle} = R\_{Last}\]

Die Wellenanpassung wird auch Leitungsanpassung oder Impedanzanpassung genannt. Wellenanpassung ist in der Hochfrequenztechnik immer dann gefragt, wenn die zu übertragenden Wellen oder Impulse ohne Reflexionen von einer Quelle zu einer Last übertragen werden. Haben die Impedanzen der Quelle, der Leitung und der Last nur reelle Anteile, so wird Wellenanpassung erreicht, wenn die Leistungsanpassung erfüllt ist. Treten jedoch Impedanzen mit positivem oder negativem Imaginärteil auf, so muss für die Wellenanpassung das folgende Kriterium erfüllt sein: \\

\begin{eqnarray}**\label{eq:ZeinZaus}**

Z\_{ein} = Z\_{aus} = R\_{ein} +jX\_{ein} = R\_{aus} + jX\_{aus}

\end{eqnarray}

Im diesem Zusammenhang soll auch erwähnt sein, dass es auch die Spannungsanpassung und die Stromanpassung gibt, beides wird im Rahmen dieser Arbeit nicht erläutert. \\

Die Reflexionen und die Anpassung soll anhand eines Beispiels einer Leitung mit Abschlusswiderstand genauer näher erläutert werden. \\

Eine Quelle treibt eine vorwärtslaufende Welle in einer Leitung. Die Leitung besitzt einen Leitungswiderstand $Z\_0$. Das Ende der Leitung ist mit einem Abschlusswiderstand versehen. Dieser Widerstand stellt eine Lastimpedanz $Z\_L$ zwischen dem Hin- und Rückleiter dar. \\

Man spricht von einer mit einer Lastimpedanz $Z\_0$ abgeschlossenen Übertragungsleitung. Leitungsimpedanz $Z\_0$ entspricht nicht exakt der Leitungsimpedanz $Z\_L$, daher kommt es zu einer Teilreflexion der vorlaufenden Welle. Das Verhältnis zwischen den Amplituden der rücklaufenden Welle und der vorlaufenden Welle wird als Reflexionskoeffizient r bezeichnet. \\

Reflexionskoeffizient r

\begin{eqnarray}**\label{eq:Reflexionskoeffizient}**

r=\dfrac{U\_{R}}{U\_{V}}=\dfrac{Z\_{L}-Z\_{V}}{Z\_{L} + Z\_{V}}=-\dfrac{I\_{R}}{I\_{V}}

\end{eqnarray}

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

\begin{figure}[!h]

\centering

**\includegraphics**[width=10cm]{content/bilder/ReflexionenLeitungLastimpedanz.pdf}%

\caption{Refelxionen einer Leitung an einer Lastimpedanz \cite{Tekom}}

**\label{FitzDipol}**

\end{figure}

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Die Spannung $U\_L$ über der Last ergibt sich aus der Überlagerung der Vorlaufendenspannungswelle und Rücklaufendenspannugswelle. Dies ist in der Gleichung \ref{eq:AnpassungULast} gezeigt. In Gleichung \ref{eq:AnpassungILast} ist der Strom in der Last ersichtlich. Dieser wird aus der Vorlaufenden- und Rücklaufendenstromwelle gebildet.

\begin{eqnarray}**\label{eq:AnpassungULast}**

U\_L = U\_V + U\_R

\end{eqnarray}

\begin{eqnarray}**\label{eq:AnpassungILast}**

I\_L = I\_V + I\_R

\end{eqnarray}

Durch die Überlagerung des vorlaufenden und rücklaufenden Signals gibt es eine Überlagerungskurve die örtlich konstante Maxima $U\_{max}$ und Minima $U\_{min}$ aufweist, was als stehende Welle bezeichnet wird. Dadurch kann die Spannung an den Knotenpunkten Werte zwischen Null und dem doppelten Wert der Spannung des vorlaufenden Signals aufweisen. An den Knotenpunkten löschen sich die Wellen gegenseitig aus. Ihr Wert ist somit Null. Für die Beschreibung der Fehlanpassung haben sich neben dem Reflexionskoeffizient $r$ noch weitere Begriffe etabliert: \\

Rückflussdämpfung $a$:\\

Die Rückflussdämpfung a wird in der englischen Literatur \textit{Return Loss} genannt.

\begin{eqnarray}**\label{eq:Ruckflussdämpfung\_a}**

a=20\log\left(\left| \dfrac{U\_V}{U\_R}\right| \right)=-20\log(|r|)

\end{eqnarray}

Die Ruckflussdämpfung beschreibt als logarithmisches Mass, wie stark das rücklaufende Signal gegenüber dem vorlaufenden Signal gedämpft ist \cite{Tekom}.\\

Welligkeitsfaktor $s$:

\begin{eqnarray}**\label{eq:Welligkeitsfaktor\_s}**

s=\dfrac{U\_{max}}{U\_{min}}=\dfrac{1+|r|}{1-|r|}

\end{eqnarray}

Der Welligkeitsfaktor $s$ \ref{{eq:Welligkeitsfaktor\_s}} bezeichnet die Verhältnisse der Beträge von Maxima und Minima der stehenden Welle auf der Leitung. Der Welligkeitsfaktor $s$ wird in der englischen Literatur auch als \textit{Voltage Standing Wave Ratio} kurz VSWR bezeichnet. \\

Anpassnetzwerke: \\

Nachrichtentechnische Systeme können als eine Kette von aktiven oder passiven Eintor- und Zweitor-Schaltungen dargestellt werden. Das heisst Quelle, Leitungen, Übergänge und Antennen werden als Zweitore betrachtet. Für eine einwandfreie Funktion bei der Zusammenschaltung der Übertragungskette, muss der Lastwiderstand $Z\_L$ zum Innenwiderstand $Z\_I$ des Zweitors in einem bestimmten Verhältnis stehen. Die Eingangsimpedanz eines Zweitors wird oft als $Z\_{ein}$ und die Ausgansimpedanz $Z\_{aus}$ bezeichnet.

Um die Anpassungsbedingungen zu formulieren, kann das Zweitor als eine Spannungsquelle mit dem Innenwiderstand $Z\_I$ verstanden werden, welche durch den Lastwiderstand $Z\_L$ belastet wird.

Leistungsanpassung: \\

Für die Übertragung der maximalen Wirkleistung von der Quelle zur Last wird Leistungsanpassung benötigt. Um diese Bedingung zu erfüllen muss gelten:

\[Z\_{ein} = Z\_{aus}^\*\]

Das bedeutet, eine induktive Komponente beim Innenwiderstand muss somit durch eine gleich grosse kapazitive Komponente beim Aussenwiderstand kompensiert werden und umgekehrt. Gleichzeitig müssen die beiden Wirkwiderstände gleiche Werte aufweisen. Das heisst der Realteil von $Z\_{ein}$ und $Z\_{aus}$ sind gleich, jedoch sind die Imaginäranteile konjugiert komplex. Das bedeutet, dass die Blindwiderstände von Quelle und Last sich ausgleichen müssen. Dies geschieht, wenn eine ohmisch induktive Quelle durch eine ohmisch kapazitive Last kompensiert wird um das Leistungsanpassungskriterium zu erfüllen. \\

Wellenanpassung: \\

Bei der Leistungsanpassung kommt es auf Grund der unterschiedlichen Blindwiderstände

eine Stossstelle für das zu übertragende Signal. Dies führt zu Reflexionen, und ein Teil des Signals wird reflektiert. Stehende Wellen sind das Resultat. Um diese störenden Einflüsse zu vermeiden, muss für komplexe Widerstände folgende Beziehung erfüllt sein:

\[Z\_{I} = Z\_{L}\]

Diese Anpassung bezeichnet man als Impedanzanpassung oder Leitungsanpassung. Die bisherigen Erkenntnisse zeigen, dass nur im Falle rein reeller Werte für den Innen- und den Lastwiderstand, das heisst wenn $X\_i = X\_L = 0$ sind, Leistungsanpassung und Wellenanpassung identisch sind. Für den allgemein gültigen Fall komplexer Widerstände ist stets eine Entscheidung zwischen Übertragung maximaler Wirkleistung, mit Inkaufnahme von Teilreflexionen auf den Leitungen oder einer reflexionsfreien Übertragung mit einem Leitungswirkungsgrad von $\eta <50 \%$ zu treffen. In der Nachrichtentechnik bezieht man sich in der Regel auf die Wellenanpassung. Die bei der Leistungsanpassung entstehenden Reflexionen sind störender als die Verluste durch die Übertragung geringerer Wirkleistung die bei der Wellenanpassung. Lediglich beim Leistungsverstärkern, zum Beispiel in Endstufe eines Senders, spielt die Leistungsanpassung eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Für eine optimale Leistungsübertragung ist es notwendig, dass spezielle Anpassnetzwerke verwendet werden. \\

Die maximale Wirkleistung wird in einem Gleichstromkreis bei $R\_Q = R\_L$ abgegeben. Es besteht Leistungsanpassung, das heisst die in dem $R\_L$ umgesetzte Leistung ist maximal. Der Wirkungsgrad $\eta$ entspricht $50\%$, da dieselbe Leistung wie in der Last im Innenwiderstand der Quelle $R\_Q$ umgesetzt wird. Die Formel \ref{eq:PmaxLeistungsanpassung} zeigt die maximale Leitung in der Last. Die Abbildung \ref{fig:LeistungsanpassungU0\_RQ\_RL} zeigt eine Schaltung bei der die Bedingung für Leistungsanpassung $R\_Q = R\_L$ gilt.

\begin{eqnarray}**\label{eq:PmaxLeistungsanpassung}**

P\_{Last\_max}=\dfrac{U\_{0}^2}{4R\_Q} bei R\_Q=R\_L

\end{eqnarray}

\begin{figure}[h]

\begin{center}

\begin{tikzpicture}

\draw[line width=1.5pt](3, 3.5) circle (0.5) node at (3,3.5) {$U\_{0}$};%Quelle

\draw[line width=1.5pt] (3, 5) -- (4.5, 5);%oben kurz

\draw[line width=1.5pt] (3, 2) -- (3, 3);%von unten zur Quelle

\draw[line width=1.5pt] (3, 4) -- (3, 5);%von der Quelle nach oben

\draw[line width=1.5pt](4.5, 4.75) rectangle (5.5, 5.25) node at (5, 5.5) {$R\_Q$};%RQ

\draw[line width=1.5pt, -\*](5.5, 5) -- (7, 5);%oben bis zum Punkt

\draw[line width=1.5pt, -\*](3, 2) -- (7, 2);%unten bis zum Punkt

\draw[line width=1.5pt](7, 5) -- (8.5, 5);%oben

\draw[line width=1.5pt](7, 2) -- (8.5, 2);%unten

\draw[line width=1.5pt](8.5, 5) -- (8.5, 4);%oben nach unten zu RL

\draw[line width=1.5pt](8.5, 2) -- (8.5, 3);%unten nach oben zu RL

\draw[line width=1.5pt](8.25, 3) rectangle (8.75, 4) node at (9.25, 3.5) {$R\_L$} ;%RL

\draw[line width=1.5pt, ->, >=latex](6.5, 3.5) -- (7.5, 3.5) node at (7, 3.8) {$P\_a$};

\end{tikzpicture}

\end{center}

\caption{Leistungsanpassung mit $R\_Q = R\_L$}

**\label{fig:LeistungsanpassungU0\_RQ\_RL}**

\end{figure}

Bei Wechselgrössen kann ein Transformator für die Leistungsanpassung eingesetzt werden. Ist der Quellenwiderstand $R\_Q$ oder der Lastwiderstand $R\_L$ reaktiv, das heisst induktiv oder kapazitiv, dann sind die Schaltungen stark frequenzabhängig. So besitzt beispielsweise eine Antenne nur bei einer bestimmten Frequenz einen rein reellen Innenwiderstand $R\_i$. Bei allen andern Frequenzen sind sowohl Real- als auch Imaginärteil vorhanden. Eine Möglichkeit für eine Korrektur ist in der Abbildung \ref{AnpassungKomplexerLast} dargestellt. Auch diese Anpassung ist frequenzabhängig und nur für die Entwurfsfrequenz optimal, aber dank der Transformation ist Leitungsanpassung möglich.

\todo{Bild selber zeichnen}

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

\begin{figure}[!h]

\centering

**\includegraphics**[width=10cm]{content/bilder/AnpassungKomplexerLast.pdf}%

\caption{leitungsanpassung für eine komplexe Last \cite{Tekom}}

**\label{AnpassungKomplexerLast}**

\end{figure}

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

\textbf{Entwurf eines Ohm’schen Anpassnetzwerkes:} \\

Für die Anpassung einer Generatorimpedanz $R\_Q$, welche grösser ist als die Last $R\_L$, kann die Schaltung von Abbildung \ref{fig:Leistungsanpassung\_RQ\_grösser\_als\_RL} verwendet werden. Die Widerstände R1 und R2 berechnen sich nach folgenden Beziehungen der Gleichung \ref{eq:R1R2wennRQgrösserRL}:

\begin{align}\**label{eq:R1R2wennRQgrösserRL}**

R1 &= \sqrt{RQ(RQ-RL)}\\

R2 &= \dfrac{RQ RL}{R1}\\

a\_{dB} &= 20\log \left( \sqrt{\dfrac{RQ}{RL}}+\sqrt{\dfrac{RQ}{RL}-1}\right)

\end{align}

\begin{figure}[h]

\begin{center}

\begin{tikzpicture}

% \draw[line width=1.5pt](3, 3.5) circle (0.5) node at (3,3.5) {$U\_{0}$};%Quelle

% \draw[line width=1.5pt] (3, 5) -- (4.5, 5);%oben kurz

% \draw[line width=1.5pt] (3, 2) -- (3, 3);%von unten zur Quelle

\draw[line width=1.5pt, \*-] (1, 5) -- (3, 5);%oben zu R1

\draw[line width=1.5pt](3, 4.75) rectangle (4, 5.25) node at (3.5, 5.5) {$R1$};%R1

\draw[line width=1.5pt, \*-](5, 5.1) -- (5, 4);%oben nach unten zu RL

\draw[line width=1.5pt, \*-](5, 1.9) -- (5, 3);%unten nach oben zu RL

\draw[line width=1.5pt](4.75, 3) rectangle (5.25, 4) node at (5.6, 3.5) {R2};%R2

\draw[line width=1.5pt, -\*](4, 5) -- (7, 5);%oben bis zum Punkt

\draw[line width=1.5pt, \*-\*](1, 2) -- (7, 2);%unten bis zum Punkt

\draw[line width=1.5pt](5, 5) -- (8.5, 5);%oben

\draw[line width=1.5pt](7, 2) -- (8.5, 2);%unten

\draw[line width=1.5pt](8.5, 5) -- (8.5, 4);%oben nach unten zu RL

\draw[line width=1.5pt](8.5, 2) -- (8.5, 3);%unten nach oben zu RL

\draw[line width=1.5pt](8.25, 3) rectangle (8.75, 4) node at (9.25, 3.5) {$R\_L$} ;%RL

\draw[line width=1.5pt, ->, >=latex](0, 3.5) -- (1.5, 3.5) node at (0.75, 4) {$Z\_{ein}=RQ$};

\draw[line width=1.5pt,style=dashed](2,1.5) rectangle (6, 6);

\end{tikzpicture}

\end{center}

\caption{Anpassung für $R\_Q > R\_L$}

**\label{fig:Leistungsanpassung\_RQ\_grösser\_als\_RL}**

\end{figure}

Gilt es eine hochohmige Last RL an eine Quelle mit einem RQ der kleiner ist als RL anzupassen, so können die Schaltung von Abbildung \ref{fig:LeistungsanpassungU0\_RQkleiner\_als\_RL}und die mathematischen Beziehungen und den Gleichungen \ref{eq:R1R2wennRLgrösserRQ} verwendet werden.

\begin{align}\**label{eq:R1R2wennRLgrösserRQ}**

R1 &= \sqrt{RL(RL-RQ)}\\

R2 &= \dfrac{RQ RL}{R1}\\

a\_{dB} &= 20\log \left( \sqrt{\dfrac{RL}{RQ}}+\sqrt{\dfrac{RL}{RQ}-1}\right)

\end{align}

\begin{figure}[h]

\begin{center}

\begin{tikzpicture}

\draw[line width=1.5pt, \*-] (1, 5) -- (4, 5);%oben zu R1

\draw[line width=1.5pt](4, 4.75) rectangle (5, 5.25) node at (4.5, 5.5) {$R1$};%R1

\draw[line width=1.5pt, \*-](3.5, 5.1) -- (3.5, 4);%oben nach unten zu RL

\draw[line width=1.5pt, \*-](3.5, 1.9) -- (3.5, 3);%unten nach oben zu RL

\draw[line width=1.5pt](3.25, 3) rectangle (3.75, 4) node at (4, 3.5) {R2};%R2

\draw[line width=1.5pt, -\*](5, 5) -- (7, 5);%oben bis zum Punkt

\draw[line width=1.5pt, \*-\*](1, 2) -- (7, 2);%unten bis zum Punkt

\draw[line width=1.5pt](7, 5) -- (8.5, 5);%oben von R1 zum Punkt

\draw[line width=1.5pt](7, 2) -- (8.5, 2);%unten

\draw[line width=1.5pt](8.5, 5) -- (8.5, 4);%oben nach unten zu RL

\draw[line width=1.5pt](8.5, 2) -- (8.5, 3);%unten nach oben zu RL

\draw[line width=1.5pt](8.25, 3) rectangle (8.75, 4) node at (9.25, 3.5) {$R\_L$} ;%RL

\draw[line width=1.5pt, ->, >=latex](0, 3.5) -- (1.5, 3.5) node at (0.75, 4) {$Z\_{ein}=RQ$};

\draw[line width=1.5pt,style=dashed](2,1.5) rectangle (6, 6);

\end{tikzpicture}

\end{center}

\caption{Anpassung für $R\_Q < R\_L$}

**\label{fig:LeistungsanpassungU0\_RQkleiner\_als\_RL}**

\end{figure}

\textbf{Entwurf eines verlustfreien L-Netzwerkes}

Ein einfaches verlustfreies Anpassnetzwerk besteht aus zwei Reaktanzen. Der Entwurfsansatz besteht darin, dass eine Reaktanz $X\_{p}$ parallel zum grösseren Widerstand, in Abbildung xxxx wäre dies der Quellenwiderstand $R\_{Q}$ geschalten wird. In diesem Fall folgt für die Impedanz $Z\_{links} $von der Trennlinie... \\

\todo{Bild einfügen L Netzwetzwerk}

Formel\\

\todo{Formel 2.39}

$X\_p$ kann nun so gewählt werden, dass der Realteil von $Z\_{Links}$ dem Lastwiderstand $R\_L$ entspricht. \\

\begin{equation}

R\_{Links}= R\_L

\end{equation}

Als nächstes gilt es die so eingeführte imaginäre Grössse $X\_{Links}$ auf der rechten Seite der

Trennlinie zu kompensieren, indem die Seriereaktanz $X\_{s}$entsprechend gewählt wird:

\begin{equation}

X\_{Links}= -jX\_s

\end{equation}

Als letzten Schritt gilt es die Werte für die Induktivität $L$ und Kapazität $C$ für die gewünschte Frequenz zu berechnen.

\begin{equation}

jX\_{L}= j\omega L und jX\_c=\dfrac{-j}{\omega C}

\end{equation}